Aufgaben zur Sicherung eines minimalen einheitlichen Ausgangsniveaus in Klasse 11

- Die Aufgaben sollen während der Sommerferien gelöst werden, damit notwendige Grundkenntnisse und Grundfertigkeiten nicht verloren gehen.
- In der ersten Schulwoche des neuen Schuljahres wird zu diesen Themen geübt.
- Die erste Schulwoche wird mit einer „Diagnosearbeit" abgeschlossen. Diese hat den Status eines schriftlichen Tests und geht nach Ermessen des Fachlehrers in die Sonstigen Leistungen ein.

Komplex A / Grundwissen

1. Wiederhole die mathematischen Fachtermini. Schreibe dazu zu jedem Begriff zwei vollständige Sätze auf:
   (-e) Funktion(en), (-r) Funktionsgraph(en), (-s) Schaubild, (-s) Argument(e), (-e) Stelle(n), (-e) Nullstelle(n), (-r) Schnittpunkt(e), (-r) Funktionswert(e), (-e) Steigung(en), (-e) lokale Änderungsrate(n), (-e) Ableitungsfunktion(en)

2. Stelle zu folgenden Themen Übersichten zusammen:
   a) Grundfunktionen (lineare Funktionen, Potenzfunktionen, ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen, trigonometrische Funktionen)
   Gib zu jeder Grundfunktion ein Beispiel an und skizziere den Graphen der Funktion.
   b) Potenzgesetze (notiere auch die passende Seite der Formelsammlung)
   c) Logarithmengesetze (notiere auch die passende Seite der Formelsammlung)

Komplex B / Grundfertigkeiten

Potenzen:

Erinnerung: $3^2=$

$3^{-2}=$

$3^{\frac{2}{3}}=$

1. Vereinfache so weit wie möglich:
   a) $x^4 \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{1,5}$ b) $\left(3^k : 3^{\frac{k}{2}}\right) : 3^{\frac{k}{2}}$ c) $(a^t : a^{2t}) \cdot a^{3t}$ d) $(2x)^4 \cdot (x^2)^{-3}$
   e) $(4a^2)^n \cdot 2a^{-n}$ f) $y^{\frac{1}{n}} : \left(10y^{\frac{1}{n}}\right)$ g) $\left(a^{\frac{2}{3}}\right)^3 \cdot a^{-2}$ h) $(a^2 \cdot a^{-3})^2 : a^{-2}$
2. Vereinfache so weit wie möglich:
   a) $\frac{x^n - x^{n+2}}{x^n + x^{n+1}}$ b) $\frac{a^{k+2} - k^2 \cdot a^k}{a^k - ka^{k-1}}$ c) $\frac{t^3+2t^2+t}{t^3-t}$ d) $\frac{e^{x+1}-e^{x-1}}{e^x - e^{x-2}}$
3. Vereinfache so weit wie möglich:
   a) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2}$ b) $\sqrt[3]{x^2} : \sqrt[3]{x}$ c) $\sqrt{a} \cdot \left(\sqrt[3]{a}\right)^2$ d) $\left(\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a}\right)^2$
4. Schreibe als Produkt:
   a) $x^{n+2} + 2x^{n+1} + x^n$ b) $x^{2n+2} - 4x^{2n+1} + 4x^{2n}$ c) $x^{k-1} + 10 \cdot x^{k-2} + 100 \cdot x^{k-3}$

Gleichungen - Nullstellen

Erinnerung: Verfahren zur Lösung von Gleichungen
- p/q-Formel
- abc-Formel
- Nullprodukt
- Polynomdivision
- Substitution

1) Bestimme die Lösungsmenge, möglichst ohne Lösungsformel. Probe!

$x^2-7x=0$ $x^2+10x=0$	$\frac{1}{2}x^2+9x=0$ $x^2=4x$	$-\frac{3}{7}x^2-10\frac{1}{2}x=0$ $4\frac{3}{4}x=-3\frac{1}{3}x^2$

2) Bestimme die Lösungsmenge möglichst ohne Taschenrechner. Probe!

$2x^2-12x+10=0$ $3x^2-22x+35=0$	$2x^2-7x+12=0$ $\frac{1}{2}x^2+6x-9=0$	$6x^2+5x=56$ $20x^2+x=12$	$(x-5)\cdot(x+7)=0$ $(2x+3)\cdot(20-3x)=0$

3) Bestimme die Lösungsmenge möglichst ohne Taschenrechner. Probe!

$\sqrt{x}=6$ $10-\sqrt{\frac{1}{2}x}=7$	$\sqrt{3x-5}=\sqrt{4x-7}$ $\sqrt{1+7x}=\sqrt{3+5x}$	$\frac{8}{x-3}-\frac{7}{x}=1$ $\frac{9}{x+1}-\frac{8}{x}=-1$

4) Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung $x^3-4x^2+x+6=0$ mit Hilfe der Polynomdivision. Suche zuerst eine Lösung durch Probieren!

5) Bestimme die Nullstellen der Funktion $h(x)=x^4-20x^2+64$ mit Hilfe der Substitution und einer Lösungsformel für quadratische Gleichungen.

Kreisberechnung

Erinnerung: Kreisumfang: U=
Inhalt der Kreisfläche: A=
Kreissegment, Bogenlänge

1. Der Äquator hat eine Länge von ca. 40000 km. Berechne den Erdradius.
2. Ermittle den Weg, den ein Ort der geografischen Breite 60^0 (Oslo) infolge der Erdrotation in 5 Stunden zurück.

Rechnen mit Termen

a) Multipliziere aus.

$(-3x)(4a+6b-3c)=$

$(10x-12y-13z)\cdot(-2a)=$

$(-5a)\cdot(a+4b+12c)=$

$(-7rs)\cdot(11r^2-12rs-13s^2)=$

b) Löse die Klammern auf, fasse dann zusammen.

$3a(7x-5)+2a(4-3x)=$

$6a(13b-18c)+7b(11a-14c)=$

$7a(3b-8c)+(4c-9b)\cdot 11a=$

$6x(4x-5x^2)+8(7x^2-9x)=$

c) Klammere so weit wie möglich aus.

$45a^2b-36ab^2=$

$48xyz-72yz=$

$24u^3v^2+18u^2v^2=$

$\frac{3}{10}x^2-\frac{9}{10}xy=$

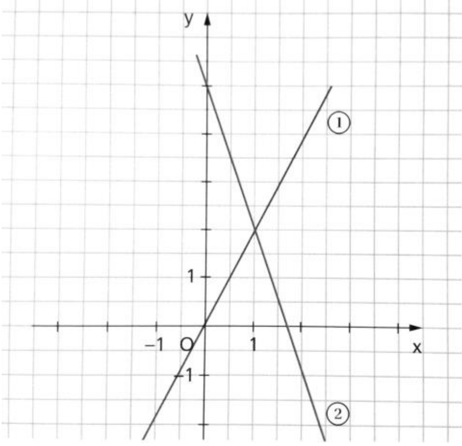
d) Wende die binomischen Formeln an.			
$(b+7)^2=$	$(11x-12y)(11x+12y)=$	$9a^2+(x-3y)^2=$	$(6a-7b)^2+(9b+12a)^2-(4b-8a)^2=$
$(u-2)^2=$	$(7r-3s)^2=$	$1+(r+2s)^2=$	$(5x+9y)(5x-9y)-(12y-13x)(12y+13x)=$
$(r-3)(r+3)=$	$\left(4a+\frac{1}{2}b\right)^2=$	$7x^2-(a-5b)^2=$	$(8r+11s)^2-(20r-25s)^2-(3s-7r)^2=$
$\left(z-\frac{1}{2}\right)^2=$	$(1{,}2c-1{,}5d)^2=$	$\frac{6}{2}-(u+7v)^2=$	$(17c-19d)^2-(8c+7d)^2+(2c-9d)(2c+9d)=$

e) Faktorisiere mit Hilfe der dritten binomischen Formel.			
$r^2-s^2=$	$9^2-1=$	$r^2-\frac{81}{25}=$	$81x^2-64y^2=$
$b^2-a^2=$	$36-y^2=$	$\frac{9}{16}-c^2=$	$0{,}09u^2-0{,}49v^2=$
$b^2-9=$	$x^2-1{,}44=$		$144c^2-121d^2=$

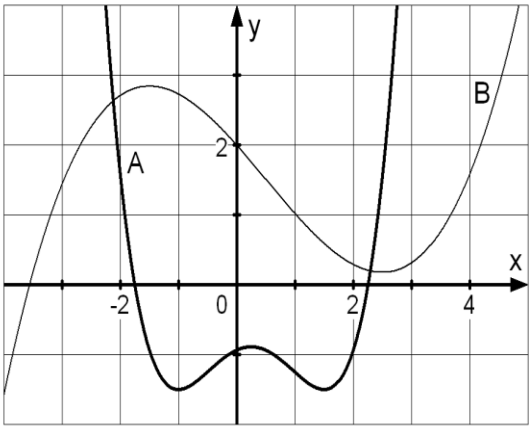
f) Wende die erste oder zweite binomische Formel an.		
$u^2+2uv+v^2=$	$a^2-10ab+25b^2=$	$0{,}16a^2+0{,}48ab+0{,}36b^2=$
$z^2-2z\cdot 12+144=$	$49y^2-14yx+x^2=$	$25c^2+80cd+64d^2=$
$a^2+12a+36=$	$4a^2+40ab+100b^2=$	$144z^2-360zy+225y^2=$
$\frac{4}{9}+\frac{4}{3}c+c^2=$	$36r^2+36rs+9s^2=$	$81x^2-144xy+64y^2=$

Funktionen und Graphen

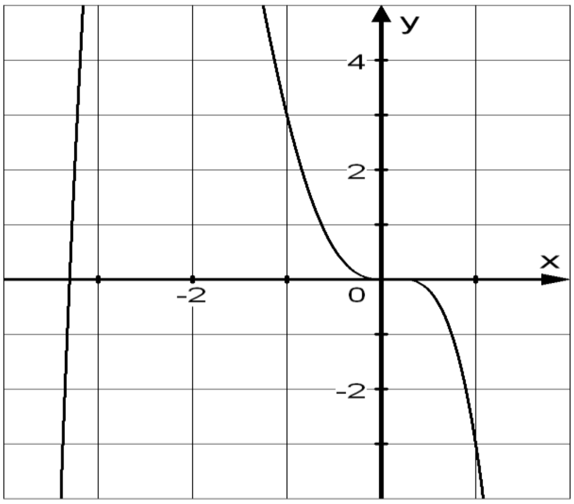
1. Im Koordinatensystem sind die Graphen von zwei linearen Funktionen dargestellt.
   a. Gib zu jedem Graph eine passende Gleichung an.
   b. Lies die Koordinaten des Schnittpuntes der Geraden ab.
   c. Überprüfe den Schnittpunkt durch Rechnung.
   d. Notiere eine weitere Funktionsgleichung für einen Graphen, der zu dem Graphen ① parallel verläuft.
   e. Ermittle den Flächeninhalt des Dreiecks, das von den Graphen ① und ② und der y-Achse gebildet wird.



2. Gegeben sind die Graphen der Funktionen A und B.
   a. Bestimme aus dem Schaubild die **Nullstellen,** die **Hoch- und Tiefpunkte** und die **Wendepunkte**.
   b. Gib die Intervalle an, über denen die Graphen streng monton steigend bzw. streng monoton fallend sind.
   c. Gib die Intervalle an, über denen die Graphen rechts- bzw. linksgekrümmt sind.
   d. Bestimme das Verhalten der Funktionswerte von f für $x \to \pm\infty$**.**
   e. Bestimme die Gleichung der Spiegelachse von A.



3. Vom Graphen der Funktion f mit $f(x) = -x^4 - 3x^3 + x^2$ ist ein <u>Ausschnitt</u> dargestellt.
   a. Ergänze den möglichen Verlauf des Graphen für y > 5.
   b. Bestimme das Verhalten der Funktionswerte von f für $x \to \pm\infty$**.**



Textaufgaben

Lösungsstrategie:

1. Markiere im Aufgabentext dir wichtig erscheinende Angaben.
2. Notiere im Heft die gegebenen Größen.
3. Aus welchem Teilgebiet der Mathematik stammt die Aufgabe? Welche Formeln kommen zur Anwendung -> Formelsammlung?
4. Welche Informationen müssen berechnet werden?
5. Schrittweise Berechnung der Lösung.
6. Antwortsatz!

Aufgaben:

a) Eine Schülergruppe verkauft anlässlich eines Schulfestes ein Saftgetränk, das sie aus 60% Mineralwasser und 40% Kirschsaft herstell. Das Saftgetränk wird in 0,2-Liter-Bechern verkauft. Wie viel ml Mineralwasser und wie viel ml Kirschsaft befinden sich in einem Becher?

b) Ein Computer versteht nur zwei Zustände: „Es fließt Strom“ oder „Es fließt kein Strom“. Wie viele Zeichen kann man aus den beiden Zuständen bei acht Auswahlmöglichkeiten erzeugen?

c) Der Flugpionier Otto Lilienthal brachte es bei einem Flugversuch aus ca. 25m Höhe auf eine Gleitflugweite von ca. 200m.
Unter welchem Winkel traf er unter der Annahme einer geraden Flugbahn auf die Erde?

d) Eltern legen für ihr neugeborenes Kind 1000€ auf einem Sparbuch mit einem Zinssatz von 4% an.
Auf welche Summe ist das Guthaben angewachsen, wenn das Kind 14 Jahre alt ist?

e) Alkohol im Blut wird so von der Leber abgebaut, dass der Alkoholgehalt des Blutes stündlich um 0,2 Promille sinkt. Um 1 Uhr geht ein Zecher mit einem Alkoholgehalt von 2,5 Promille schlafen.
   a. Welchen Alkoholgehlat hat dieser Mann um 7:00 Uhr?
   b. Wann ist der Alkoholgehalt kleiner als 0,5 Promille?
   c. Wann beträgt der Alkoholgehalt wieder 0 Promille?

f) Frau Bernhard besitzt ein zylindrisches Gefäß mit einem Innendruchmesser von 10,0cm und einer Höhe von 7,5cm.
   a. Wie viel Liter fasst dieses Gefäß?
   b. In welcher Höhe muss sie einen Eichstrich anbringen, um die Füllmenge ¼ Liter anzuzeigen?