<u>Aufgaben zur Sicherung eines minimalen einheitlichen Ausgangsniveaus in Klasse 10</u>

- Die Aufgaben sollen während der Sommerferien gelöst werden, damit notwendige Grundkenntnisse und Grundfertigkeiten nicht verloren gehen.
- In der ersten Schulwoche des neuen Schuljahres wird zu diesen Themen geübt.
- Die erste Schulwoche wird mit einer „Diagnosearbeit" abgeschlossen. Diese hat den Status eines schriftlichen Tests und geht nach Ermessen des Fachlehrers in die Sonstigen Leistungen ein.

Potenzen und Wurzeln:

1. Ermittle:

a) $3^2 =$ _________ b) $3^{-2} =$ _________ c) $3^{\frac{2}{3}} =$ _________
d) $-3^2 =$ _________ e) $(-3)^{-2} =$ _________ f) $(3^2)^3 =$ _________

2. Vereinfache durch Zusammenfassen so weit wie möglich:

a) $\frac{2}{3}a \cdot \frac{4}{5}b =$ b) $7a^2b \cdot 3ab^2 =$ c) $\frac{1}{4}m^2n \cdot \frac{8}{5}mp =$
d) $\left(-\frac{1}{4}q^2r\right) \cdot (-16q^2r^2) =$ e) $\frac{1}{2}ky \cdot (-3\frac{1}{3}ym) =$ f) $(-24cd^2): 16 =$
g) $1{,}21m^2n: (-1{,}1mn) =$ h) $(-0{,}8a^3b^2): (-0{,}2a^2b^2) =$ i) $3\frac{1}{5}m^2: 16m =$
j) $\left(\frac{3}{4}cd^3\right): \left(\frac{3}{8}cd^2\right) =$

3. Vereinfache durch Zusammenfassen so weit wie möglich:

a) $x^4 \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{1,5} =$ b) $\left(3^k: 3^{\frac{k}{2}}\right): 3^{\frac{k}{2}} =$ c) $(a^t: a^{2t}) \cdot a^{3t} =$ d) $(2x)^4 \cdot (x^2)^{-3} =$
e) $(4a^2)^n \cdot 2a^{-n} =$ f) $y^{\frac{1}{n}}: \left(10y^{\frac{1}{n}}\right) =$ g) $(a^{\frac{2}{3}})^3 \cdot a^{-2} =$ h) $(a^2a^{-3})^2: a^{-2} =$

4. Vereinfache durch Zusammenfassen so weit wie möglich:

a) $\frac{x^n - x^{n+2}}{x^n + x^{n+1}} =$ b) $\frac{a^{k+2} - k^2 \cdot a^k}{a^k - ka^{k-1}} =$ c) $\frac{t^3 + 2t^2 + t}{t^3 - t} =$ d) $\frac{e^{x+1} - e^{x-1}}{e^x - e^{x-2}} =$

5. Gib als Produkt an:

a) $x^{n+2} + 2x^{n+1} + x^n =$ b) $x^{2n+2} - 4x^{2n+1} + 4x^{2n} =$ c) $4x^{n+2} + 8x^{n+1} + x^n =$
d) $x^{t+4} - 4x \cdot x^{t+1} + 4x^t =$ e) $x^{2n} - 9 =$ f) $x^{k-1} + 10 \cdot x^{k-2} + 100 \cdot x^{k-3} =$

6. Berechne bzw. vereinfache so weit wie möglich zusammen:

a) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2} =$ b) $\sqrt[3]{x^2}: \sqrt[3]{x} =$ c) $\sqrt{a} \cdot (\sqrt[3]{a})^2 =$ d) $(\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a})^2 =$
e) $\left(\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a}\right): (a^2 \cdot \sqrt[3]{a}) =$ f) $\sqrt{\sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt{a} =$ g) $\sqrt[3]{a^5b} \cdot \sqrt[3]{ab^2} =$

7. Vereinfache durch teilweises Wurzelziehen:

a) $\sqrt{18} =$ b) $\sqrt{50} =$ c) $\sqrt{12} + \sqrt{27} =$ d) $\sqrt{18} + 3 \cdot \sqrt{98} - \sqrt{32} =$

e) $\sqrt{20} + \sqrt{45} =$ f) $\sqrt{28} - \sqrt{7} =$ g) $\sqrt{32} + \sqrt{50} - \sqrt{2} =$

h) $\sqrt{3} + \frac{4}{\sqrt{3}} =$ i) $\frac{1}{\sqrt{18}} + \sqrt{2} =$ j) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{8}} =$

Gleichungen:

1. Gib zu den folgenden Sachverhalten eine Gleichung an und berechne jeweils die Lösung:

a) Vermindert man das Siebenfache einer Zahl um 4, so erhält man das Dreifache der Zahl.
Berechne die Zahl.

b) Verlängert man eine Seite eines Quadrates um 4 cm und verkürzt man die andere Seite um 2 cm, so vergrößert sich die Fläche des Rechtecks um $4 cm^2$.
Berechne die Seitenlänge des Quadrates.

c) Die Summe dreier aufeinader folgender natürlicher Zahlen ist 33.
Berechne die drei Zahlen.

d) Mutter und Tochter sind zusammen 50 Jahre alt. Die Mutter ist 30 Jahre älter als die Tochter.
Berechne das Alter von Mutter und Tochter.

2. Gib jeweils die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen an! Löse im Kopf.

a) $x^2 - 9 = 0 \quad L = \{ \quad ; \quad \}$ b) $x^2 = 0 \quad L = \{ \quad ; \quad \}$

c) $r^2 - 16 = 0 \quad L = \{ \quad ; \quad \}$ d) $x^2 - 3 = 0 \quad L = \{ \quad ; \quad \}$

e) $x^2 + 0{,}125 = \frac{1}{8} \quad L = \{ \quad ; \quad \}$ f) $x^2 + 9 = 25 \quad L = \{ \quad ; \quad \}$

3. Berechne jeweils die Lösung der Gleichung über $\mathbb{R}$.

Wenn möglich, überprüfe die Ergebnisse mit dem Satz von Vietà.

a) $x^2 + 4x - 5 = 0$ b) $x^2 - x - 6 = 0$ c) $x^2 + 2x - 1 = 0$

d) $x^2 + 8x + 16 = 0$ e) $x^2 + 3x + 5 = 0$ f) $2x^2 + 4x - 6 = 0$

g) $x(x - 2) = 8$ h) $(x - 4)\cdot(2x + 3) = x + 8$ i) $x^3 + 2x^2 - 3x = 0$

j) $x^4 + x^2 - 2 = 0$ k) $2x^4 - 26x^2 + 72 = 0$ l) $x^4 + 4x^2 + 3 = 0$

Quadratische Funktionen:

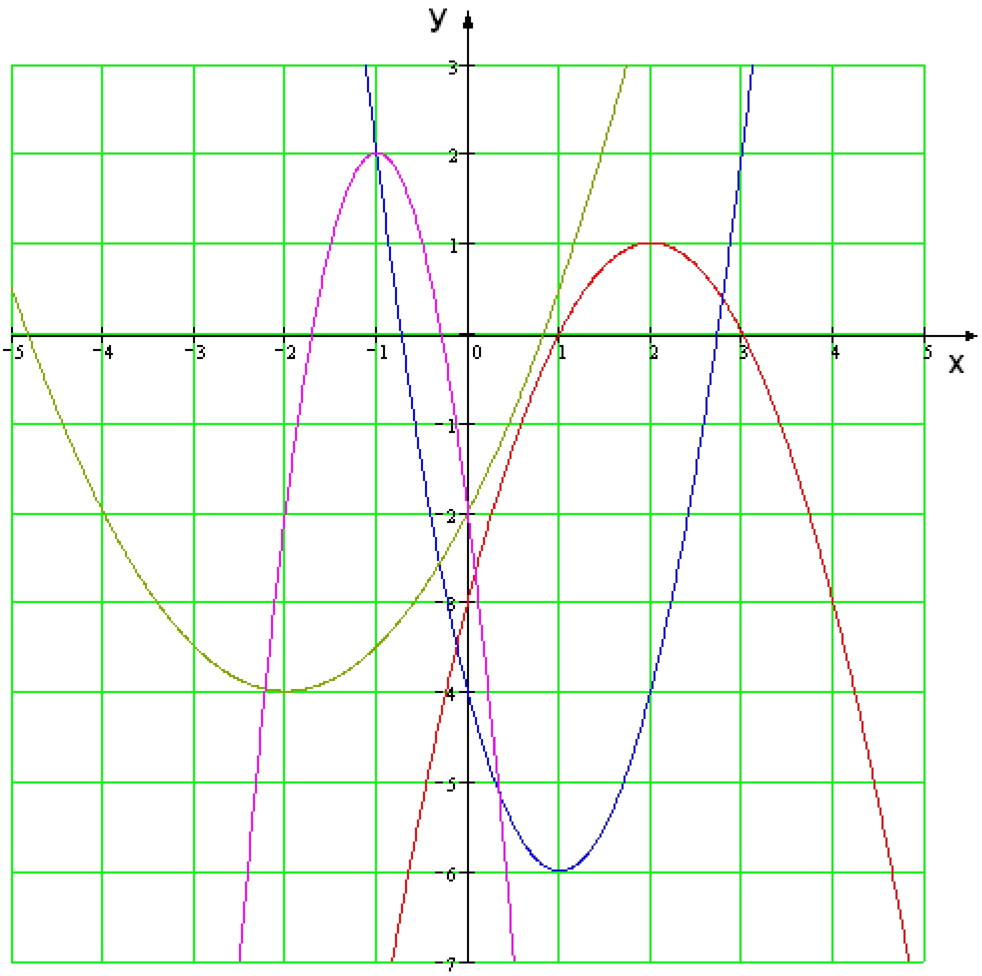
1. Stelle die folgenden Funktionen graphisch dar. Bestimme zuvor jeweils den Scheitelpunkt.
   a) $y = x^2 + 2x + 1$ b) $y = x^2 - 4x - 4$ c) $y = -x^2 + x - 0{,}25$
   d) $y = 2x^2 - 8x - 3$ e) $y = 4x^2 - 8x + 1$ f) $y = -0{,}5x^2 - x + 2$

2. Bestimme rechnerisch die Nullstellen der folgenden Funktionen.
   a) $y = x^2 - 6x + 5$ b) $y = 2x^2 - 4x + 6$ c) $y = -3x^2 - 4x - 1$

3. Bestimme grafisch und rechnerisch die gemeinsamen Punkte beider Funktionen.
   a) $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ b) $f(x) = x^2 + 4x - 5$, $g(x) = x^2 + 2x + 1$

4. Bestimme die Funktionsgleichung der Funktion, die durch die Punkte A, B und C verläuft.
   a) A(1|4), B(0|1), C(3|16) b) A(1|3), B(9|1), C(3|17)
   c) A(1|–4), B(2|–6), C(3|–10) d) A(1|1), B(3|5), C(–1|–5)

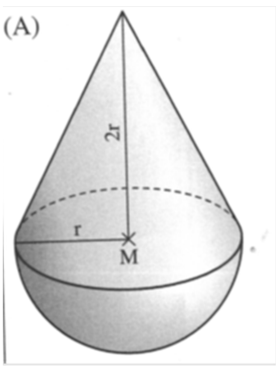
5. Bestimme die Funktionsgleichungen der dargestellten Graphen. Gib die Funktionsgleichung zuerst in Scheitelpunktsform und dann in allgemeiner Form an.



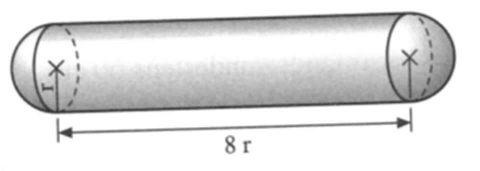
Körperberechnungen:

Erinnerung: Oberfläche, Mantel und Volumen von Quader, Prisma, Kreiszylinder, Pyramide, Kreiskegel und Kugel.

1. Ein Quader hat die Kantenlängen a = 4,2 cm, b = 5,5 m, c = 2,5 dm.
   Berechne Oberfläche und Volumen des Quaders.
2. Ein Eisenstab hat die Länge 1,5m. Seine Querschnittsfläche ist ein regelmäßiges Sechseck mit der Seitenlänge 2,00cm.
   Berechne Oberfläche und Volumen des Eisenstabes.
3. Eine regelmäßige vierseitige Pyramide hat die Höhe 5cm und die Grundkante hat die Länge 4cm.
   Berechne die Oberfläche, den Mantel, das Volumen, die Länge einer Seitenkante und die Höhe eines Seitendreiecks.
4. Ein Kreiszylinder hat die Höhe 5,2cm und der Grundkreis hat den Durchmesser 4,8cm.
   Berechne den Mantel, die Oberfläche und das Volumen des Zylinders.
5. Ein gerader Kreiskegel hat die Höhe 9,00cm und der Grundkreis hat den Radius 3,00cm.
   Berechne die Oberfläche und das Volumen sowie die Länge einer Mantellinie.
6. Berechne den Durchmesser und die Oberfläche einer Kugel der Masse 10kg, wenn sie aus Kork mit der Dichte 0,35 g/cm^3 hergestellt ist.
7. Ein Kegel hat eine Mantellinie von s = 5,5 dm. Seine Grundfläche hat einen Durchmesser von d = 3,8 dm.
   Berechne die Fläche des Mantels und die Oberfläche des Kegels auf zwei Kommastellen genau.
8. Eine Kugel mit einem Durchmesser von 11 cm liegt in einem Würfel, dessen Kanten ebenfalls 11 cm lang sind.
   Berechne das Volumen der Kugel und den freien Raum im Würfel in cm^3 auf 2 Kommastellen genau.
9. Das größte bekannte Bakterium „Thiomargrita namibiensis" ist kugelförmig und hat etwa einen Durchmesser von $5 \cdot 10^{-4} m$.
   Berechne seine Oberfläche A_O und gib diese auf 3 Kommastellen genau in mm^2 an.
10. Gib eine Formel zur Berechnung der Oberfläche bzw. des Volumens für folgende Figuren an; berechne danach jeweils Oberfläche und Volumen für r = 5cm:



(B)



Wahrscheinlichkeitsrechnung:

1. Ein Würfel wird geworfen. Ermittle die Wahrscheinlichkeit
   a) eine gerade Zahl,
   b) eine durch drei teilbare Zahl,
   c) die Zahl 5,
   d) eine Zahl, die größer als 2 ist,
   e) eine Zahl, die kleiner als 5 ist, zu werfen?
2. Aus einem Kartenspiel mit 52 Karten wird eine Karte gezogen. Ermittle die Wahrscheinlichkeit,
   a) das Herz-As,
   b) eine Karo-Karte,
   c) ein König zu ziehen.
3. In einer Urne befinden sich 5 weiße, 4 rote und 3 blaue Kugeln. Man zieht eine Kugel.
   Gib die Wahrscheinlichkeit an
   a) eine weiße,
   b) eine rote,
   c) eine blaue,
   d) eine nicht-weiße Kugel zu ziehen.
4. Zwei Münzen werden geworfen. Ermittle mithilfe eines Baumdiagrammes die Wahrscheinlichkeit,
   a) zweimal Kopf,
   b) mindestens einmal Kopf,
   c) beide Male dasselbe zu werfen.
5. Zwei Würfel werden geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit
   a) zwei Sechser,
   b) mindestens ein Sechser,
   c) die Summe 8,
   d) kein Sechser,
   e) eine Summe, die größer als 7 ist,
   f) die Summe 4,
   g) für jeden Würfel eine gerade Zahl zu werfen.
6. In einer Urne liegen 5 rote und 4 grüne Kugeln. Es werden 3 Kugeln gezogen.
   Berechne mithilfe eines Baumdiagrammes die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine grüne Kugel zu ziehen. (mit zurücklegen)
7. In einem Raum sind fünf Personen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei davon am gleichen Wochentag (Mo, Di, Mi ... So) geboren sind.
8. Erläutere das Problem des Chevaliers de Meré: Ist die Wahrscheinlichkeit, beim viermaligen Werfen eines Würfels mindestens einmal eine Sechs zu erhalten, ebenso groß wie die Wahrscheinlichkeit, beim 24-maligen Werfen mit zwei Würfeln mindestens eine Doppel-Sechs zu erhalten?
9. Eine Karte wird aus einem Kartenspiel von 52 Karten gezogen. Die Karte wird nicht in das Spiel zurückgegeben; es wird eine zweite Karte gezogen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine der gezogenen Karten das Herz-As ist.
10. Eine Zahl soll aus der Menge der ersten 200 natürlichen Zahlen ausgewählt werden. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die gewählte Zahl
    a) durch 4 oder durch 6,
    b) durch 18 oder durch 24,
    c) durch 10 oder durch 15,
    d) durch 9 oder durch 10 teilbar ist.

11. In einer Urne befinden sich 5 rote, 5 grüne und 4 blaue Kugeln. Man zieht drei Kugeln, wobei die gezogenen Kugel jeweils wieder in die Urne zurückgelegt wird.
    Berechne die Wahrscheinlichkeit,
    a) von jeder Farbe eine Kugel,
    b) drei Kugeln gleicher Farbe,
    c) 2 rote und dann keine blaue Kugel zu ziehen.
12. Für eine Pistole ist die Wahrscheinlichkeit, ein Ziel zu treffen 40%. Es werden 5 Schüsse abgegeben. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass
    a) genau 2 Treffer erzielt werden;
    b) mindestens ein Treffer erreicht wird.
13. Bei einem Quiz kann der Sieger aus einer Urne mit 30 Kugeln, die die Nummern von 1 bis 30 tragen, seinen Gewinn ziehen. Eine Kugel mit einer durch zwei teilbaren Zahl bedeutet den Gewinn einer Schallplatte, eine Kugel mit einer durch drei teilbaren Zahl den Gewinn eines Buches. Berechne die Wahrscheinlichkeit,
    a) bei einmaligem Ziehen wenigstens einen Gewinn zu bekommen;
    b) bei einmaligem Ziehen beide Gewinne zu bekommen;
    c) bei zweimaligem Ziehen (ohne Zurücklegen) zwei Bücher zu gewinnen.

Berechnungen im rechtwinkeligen Dreieck:

1. Für das Dreieck ABC gilt: $\gamma = 90°, c = 13cm, a = 12cm$.
   Bestimme $sin\alpha, cos\alpha, tan\alpha, sin\beta, cos\beta, tan\beta$.
2. a) gegeben: a = 10,7cm; b = 6,5cm; γ = 90° gesucht: c, α, β
   b) gegeben: c = 2340m; a = 346m; γ = 90° gesucht: b, α, β
   c) gegeben: c = 56,4m; α = 38,5°; γ = 90° gesucht: a, b, β
   d) gegeben: a = 156m; β = 56°; γ = 90° gesucht: b, c, α
3. Von einer Raute kennt man die Länge der beiden Diagonalen $e = 4cm$ und $f = 6cm$.
   Berechne die Länge der Seiten und die Größe der Winkel. (Skizze!)
4. Ein Haus und ein Turm stehen in gleicher Horizontalebene. Von einem a = 10,8 m über der Erde liegenden Fenster des Hauses misst man gegen den Fußpunkt des Turmes einen Tiefenwinkel von 1°45´ und gegen die Spitze des Turmes einen Höhenwinkel von 7°55´26´´.
   Berechne die Höhe des Turmes.
5. Ein Kreuz auf der Spitze eines 64 m hohen Turmes erscheint in einer Entfernung von 80m vom Fußpunkt des Turmes unter einem Winkel von 1°40´.
   Berechne die Höhe des Kreuzes.
6. An der Spitze eines Turmes wurde eine 16m hohe Antenne errichtet. Von einem Punkt A sieht man die Spitze dieser Antenne unter einem Höhenwinkel von 38,2° und ihren Fußpunkt unter einem Höhenwinkel von 36.4°.
   Berechne die Höhe des Turmes und die Entfernung des Turmes vom Punkt A.