<u>Aufgaben zur Sicherung eines minimalen einheitlichen Ausgangsniveaus in Klasse 12</u>

- Die Aufgaben sollen während der Sommerferien gelöst werden, damit notwendige Grundkenntnisse und Grundfertigkeiten nicht verloren gehen.
- In der ersten Schulwoche des neuen Schuljahres wird zu diesen Themen geübt.
- Die erste Schulwoche wird mit einer „Diagnosearbeit“ abgeschlossen. Diese hat den Status eines schriftlichen Tests und geht nach Ermessen des Fachlehrers in die Sonstigen Leistungen ein.

Komplex A / Grundwissen

1) Wiederhole die mathematischen Fachtermini:

   (-e) Funktion(en), (-r) Funktionsgraph(en), (-s) Schaubild, (-s) Argument(e),
   (-e) Stelle(n), (-e) Nullstelle(n), (-e) Schnittstelle(n), (-e) Berührstelle(n),
   (-e) Extremstelle(n), (-e) Wende-stelle(n), (-r) Funktionswert(e), (-r) Kurvenpunkt(e),
   (-r) Anstieg(e), (-e) Steigung(en), (-e) Orthogonalität, (-e) Tangente(n),
   (-e) Normale(n)

2) Stelle in einer Übersicht Algorithmen (Handlungsfolgen, Rechenschritte) zur Berechnung zusammen für:

   (1) die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, die Extrempunkte, die Wendepunkte, die Sattelpunkte einer Funktion;
   (2) die Schnittpunkte, die Berührpunkte zweier Funktionen;
   (3) eine beliebige Tangente (Normale), die Wendetangente;
   (4) eine Extremwertaufgabe

Komplex B / Grundfertigkeiten

1) Löse die Gleichungen. Begründe zuerst anhand der Struktur das auszuwählende Lösungsverfahren.

a) $0 = \frac{1}{x^2} - 2$

b) $0 = 3x^4 + x^2 - 5$

c) $0 = x^3 - 2x^2 - x + 2$

d) $0 = x - \frac{1}{x}$

e) $0 = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 9}$

f) $0 = (\frac{1}{4}x^2 - 1) \cdot (x^3 - x)$

2) Löse die Gleichungssysteme möglichst effektiv.

a) $\begin{aligned} 2x - 3y - 5z &= 1 \\ 2y + z &= 0 \\ 3z &= 6 \end{aligned}$

b) $\begin{aligned} 8x &= 16 \\ 5y - 3z &= 9 \\ 4x + y &= 0 \end{aligned}$

c) $\begin{aligned} 5x + 4y + 10z &= 12 \\ 5x + 6y + 6z &= -14 \\ -15x + 4y + 3z &= -49 \end{aligned}$

3) Leite die Funktionen jeweils zweimal ab. Wähle die der vorgegebenen Struktur naheliegende Ableitungsregel.

a) $f(x) = \frac{x^3}{2x+1}$

b) $f(x) = (x^2 + 2x) \cdot (x^2 - 1)$

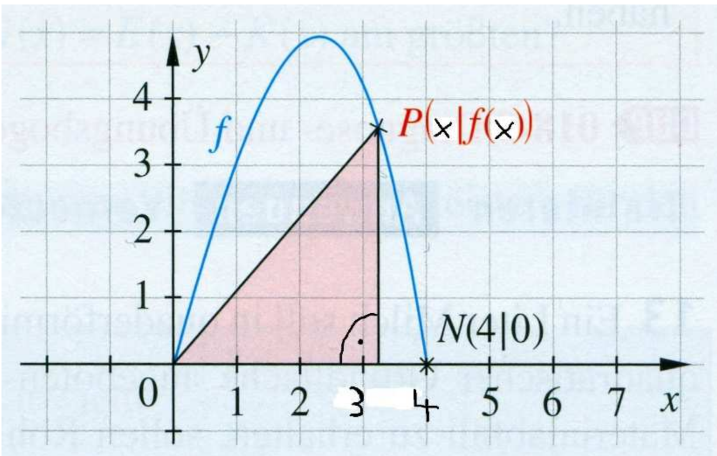
c) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

d) $f(x) = (3x^2 + 1)^3$

e) $g_a(x) = (a - x)^2$

f) $f_t(x) = 4 \cdot \frac{t - x^2}{tx}$

4) Der Punkt P(x | f(x)) wandert auf dem Graphen der Funktion $f(x) = \frac{1}{5}x \cdot (x-4) \cdot (x-8)$ zwischen den Punkten O(0 | 0) und N(4 | 0). Der Flächeninhalt A des gefärbten Dreiecks ändert sich dabei je nach Lage von P.



Zeichnen Sie den Graphen der Zielfunktion A und bestimmen Sie die Koordinaten von P, bei denen das Dreieck seinen maximalen Flächeninhalt hat. Geben Sie auch den Wert des Flächeninhaltes an.

5) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von dem Graphen von f und der x-Achse im angegebenen Intervall begrenzt wird.
Skizzieren Sie jeweils den Graphen und markieren Sie die berechnete Fläche.

a) $f(x) = 0{,}5 \cdot (x-4) \cdot (x^3 - 2x^2)$ I = [0;4]

b) $g(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ I = [-1;5]

6) Berechnen Sie den Inhalt der Flächenstücke, die von den Graphen von f und g eingeschlossen werden. Skizzieren Sie die Graphen und markieren Sie die berechneten Flächenstücke.

$f(x) = (x^2 - 2)^2$ $g(x) = x^2$

7) Zeichnen Sie in ein Koordinatensystem die Pyramide mit der Grundfläche A(0 | 0 | 0), B(3 | 0 | 0), C(3 | 6 | 0), D(0 | 6 | 0) und der Spitze S(1,5 | 3 | 6).

a) Bestimmen Sie den Winkel zwischen $\overline{BS}$ und $\overline{DS}$.

b) Die Pyramide wird in $\frac{2}{3}$ ihrer Höhe abgeschnitten und es entstehen auf den Kanten die Punkte A‘, B‘, C‘ und D‘.
Berechnen Sie die Koordinaten dieser Punkte.

c) M ist der Mittelpunkt von $\overline{BC}$ und P der Mittelpunkt von $\overline{MS}$.
Geben Sie eine Gleichung der Geraden durch P und D‘ an und berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{PD'}$.

8) Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Geraden g und h:

a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

<u>Nachfolgende Aufgaben aus dem Oberstufenbuch Band 2:</u>

9) a) 234 # 6, 7, 10, 11

b) 240/241 # 8, 9, 15

c) 250/251 # 8, 10, 12, 17, 22

d) 254 # 2, 3